

Odhad času usadzovania sa častíc rozptýlených v atmosfére na zemský povrch

Predpokladajme, že sférická častica s polomerom r a hustotou ρ sa v čase 0 nachádza vo výške H nad zemským povrchom a má nulovú rýchlosť voči prostrediu. Ďalej predpokladajme, že masa vzduchu je nehybná voči zemskému povrchu. Vzhľadom na to, že hustota častice je vo všeobecnosti oveľa väčšia ako hustota okolitého vzduchu, možno brať do úvahy len dve relevantné sily ovplyvňujúce jej pohyb: ťiažovú silu F_G a odporovú silu F_D vyvolanú pohybom častice v danom prostredí. Ťiažová sila je jednoducho

$$F_G = mg, \quad (1)$$

kde m je hmotnosť častice a g je tiažové zrýchlenie. Odporovú silu vzduchu možno všeobecne vyjadriť ako

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \pi r^2 \rho_a v^2, \quad (2)$$

kde ρ_a je hustota vzduchu a v je rýchlosť častice voči prostrediu. Koeficient odporu C_D závisí na hodnote Reynoldsovho čísla, ktoré je v našom prípade rovné

$$Re = \frac{2r\rho_a v}{\mu}, \quad (3)$$

pričom μ je viskozita vzduchu.

Pre malé Reynoldsove čísla $Re \leq 0,1$ je $C_D = 24/Re$ a odporová sila je tak dobre vyjadriteľná Stokesovým zákonom. Táto aproximácia platí pre častice s polomerom zhruba do 10 mikrometrov (Seinfeld and Pandis, 2006). Avšak pre veľmi malé častice, keď sa ich rozmer blíži strednej voľnej dráhe l molekúl vzduchu, treba zohľadniť aj nespojitosť prostredia, čiže odporová sila bude rovná

$$F_D = \frac{1}{C_C} 6\pi\mu r v, \quad (4)$$

kde C_C je Cunninghamov korekčný faktor, ktorý možno vyjadriť vzťahom (Seinfeld and Pandis, 2006)

$$C_C = 1 + \frac{l}{r} \left[1,257 + 0,4 \exp\left(-1,1 \frac{r}{l}\right) \right]. \quad (5)$$

Stredná voľná dráha molekúl vzduchu je daná vzťahom

$$l = \frac{kT_a}{\sqrt{2}\pi d_{mol}^2 p_a}, \quad (6)$$

kde T_a a p_a sú teplota a tlak vzduchu, k je Boltzmanova konštanta a d_{mol} je priemer molekuly vzduchu, ktorý je približne rovný $0,37 \text{ nm}$. Pre viskozitu vzduchu platí

$$\mu = l p_a \sqrt{\frac{2m_{mol}}{\pi k T_a}}, \quad (7)$$

pričom $m_{mol} = 4,8 \times 10^{-26} \text{ kg}$ je stredná hmotnosť molekuly vzduchu (viď Vincenti and Kruger, 1986). Pre teplotu 300 K a normálny atmosférický tlak tak dostávame hodnoty $l \approx 6,7 \times 10^{-8} \text{ m}$ a $\mu \approx 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Použijúc vzorce (1) a (4), dostávame pohybovú rovnicu pre malé častice

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{v}{\tau}, \quad (8)$$

kde sme zaviedli pomocný parameter, tzv. relaxačný čas, $\tau = mC_C / (6\pi\mu r)$. Riešenie tejto rovnice pri počiatkovej podmienke $v(0) = 0$ je

$$v(t) = g\tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (9)$$

Pri uvažovaných hodnotách parametrov prostredia, veľkostí častíc a pri bežných hustotách častíc, je relaxačný čas $\tau \ll 1s$, čiže možno rýchlosť častice považovať za konštantú a rovnú $g\tau$. Čas dopadu častice z počiatkovej výšky H na zemský povrch bude potom rovný

$$t_S = \frac{H}{g\tau} = \frac{9\mu H}{2C_C g \rho r^2}. \quad (10)$$

V Tabuľke 1 sú na ukážku uvedené hodnoty času usadzovania sa častíc s hustotou $\rho = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a s rôznymi polomerami z výšky 100 metrov. Pre iné počiatkové výšky či hustotu materiálu možno tieto hodnoty ľahko prepočítať pomocou vzťahu (10).

Tab. 1. Časy usadzovania sa malých prachových častíc s hustotou $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ z počiatkovej výšky 100 metrov.

$r \text{ (}\mu\text{m)}$	$t_S \text{ (hod)}$
0,1	4837,1
0,5	313,9
1	84,6
5	3,6
10	0,9

V prípade väčších častíc ($r > 10 \mu\text{m}$) je prúdenie vzduchu okolo nich charakterizované väčšími hodnotami Reynoldsovho čísla, a teda nemožno použiť Stokesov zákon. Odporová sila je daná výrazom (2), pričom odporový koeficient má komplikovanejšiu závislosť na Reynoldsovom čísle. Aproximujme túto závislosť tzv. Kaskasovou formulou (Kaskas, 1964)

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}} + 0,4. \quad (11)$$

Pre určenie času dopadu častíc treba teraz numericky riešiť sústavu diferenciálnych rovníc

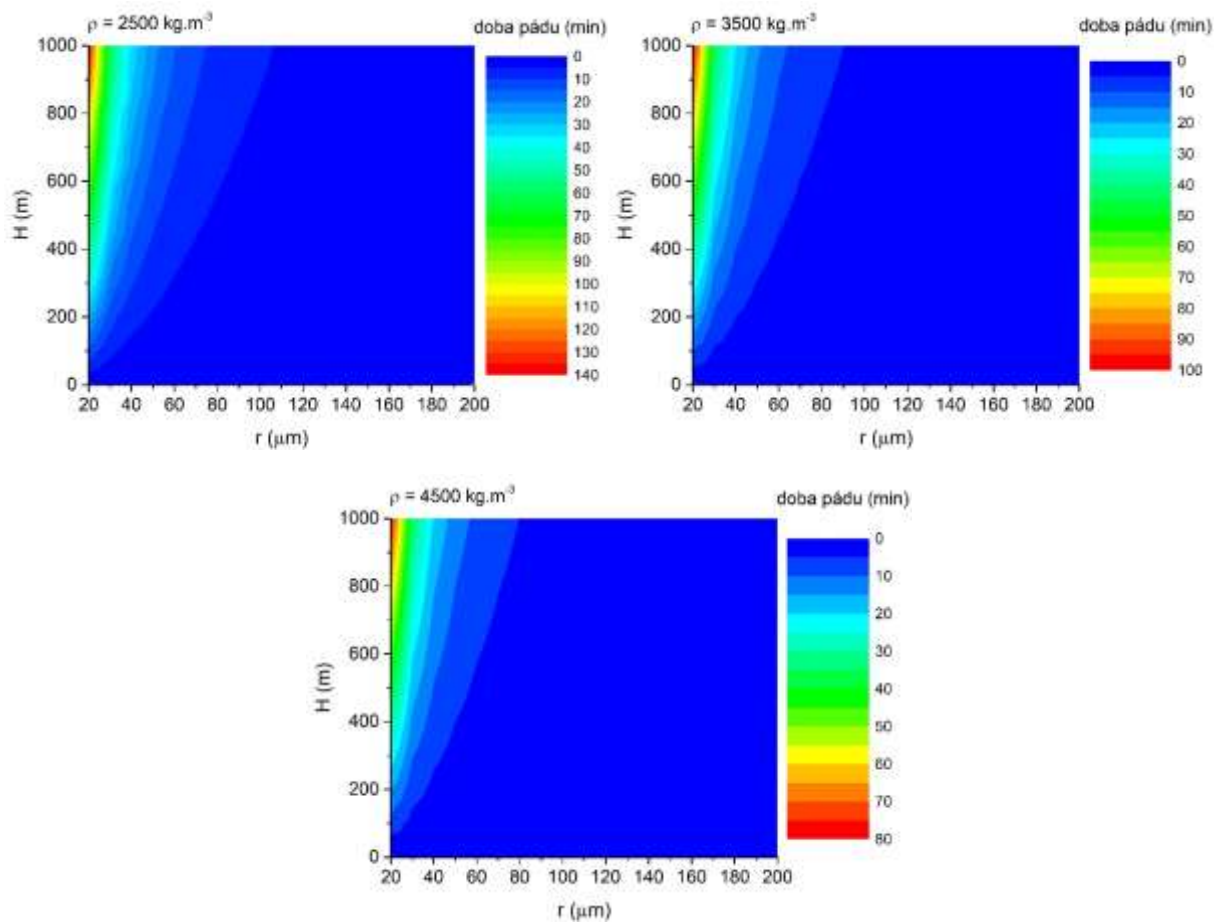
$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= g - \frac{\pi r^2 \rho_a}{2m} C_D(v) v^2, \\ \frac{dh}{dt} &= -v, \end{aligned} \quad (12)$$

s počiatkovými podmienkami $v(0) = 0$, $h(0) = H$, kde $h(t)$ je výška častice nad zemou v čase t . V Tabuľke 2 sú vypočítané hodnoty času t_S opäť pre prachovú časticu s rôznym polomerom padajúcu z počiatkovej výšky 100 metrov.

Tab. 2. Časy usadzovania sa veľkých prachových častíc s hustotou $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ z počiatkovej výšky 100 metrov.

$r \text{ (}\mu\text{m)}$	$t_S \text{ (s)}$
25	531,7
50	133,8
100	34,4
250	7,6
500	5,1

Na Obrázku 1 sú znázornené doby dopadu častíc s rôznymi polomeri a z rôznej počiatkovej výšky. Tieto hodnoty sú ilustračne vypočítané pre tri rôzne hustoty materiálu.



Obr. 1 Doba usadzovania sa veľkých častíc s rôznymi polomeri r padajúcich z rôznej počiatkovej výšky H a s rôznymi hustotami materiálu.

Vyššie uvedené výpočty predpokladali pokojné ovzdušie. V reálnej atmosfére je dynamika častíc ovplyvňovaná mnohými efektami (turbulencia, konvektívne prúdenia,...). Mnohé merania veľkostných distribúcií prachových častíc počas ich diaľkového transportu ukazujú, že výpočtové modely založené na Stokesovom zákone, tak ako je to prezentované tu, nadhodnocujú gravitačné usadzovanie hrubých častíc (Maring et al., 2003; Denjean et al., 2016; Adebisi and Kok, 2020). Z toho vyplýva, že ich skutočná životnosť v atmosfére musí byť väčšia, než sa predpokladá. Príčina tohto rozporu sa zvyčajne hľadá vo vplyve nesférického tvaru častíc na rýchlosť ich pádu (Ginoux, 2003; Yang et al., 2013; Mallios et al., 2020). Čo je ale v našom prípade irelevantné, keďže v princípe uvažujeme sférické častice.

Referencie:

Adebisi, A.A., and Kok, J.F. (2020). Climate models miss most of the coarse dust in the atmosphere. *Science Advances*, 6(15), eaaz9507.

Denjean, C., Cassola, F., Mazzino, A., et al. (2016). Size distribution and optical properties of mineral dust aerosols transported in the Western Mediterranean. *Atmospheric Chemical Physics*, 16(2), 1081-1104.

Ginoux, P. (2003). Effects of nonsphericity on mineral dust modeling. *Journal of Geophysical Research*, 108, D2.

Kaskas, A. (1964). *Berechnung der stationären und instationären Bewegung von Kugeln in ruhenden un strömenden Medien*, Diplomarbeit dem Lehrstuhl für Thermodynamik und Verfahrenstechnik der T.U. Berlin.

Mallios, S.A., Drahaki, E., Amiridis, V. (2020). Effects of dust particle sphericity and orientation on their gravitational settling in the earth's atmosphere. *Journal of Aerosol Science*, 150, 105634.

Maring, H., Savoie, D.L., Izaguirre, M.A., Custals, L., and Reid, J.S. (2003). Mineral dust aerosol size distribution change during atmospheric transport. *Journal of Geophysical Research*, 108, D19.

Seinfeld, J.H., Pandis, S.N. (2006). *Atmospheric Chemistry and Physics – From Air Pollution to Climate Change*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Hoboken, NJ.

Vincenti, W.G., Kruger, C.H.: *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Krieger Publishing Co, Malabar, FL, 1986.

Yang, W., Marshak, A., Kostinski, A.B., Várnai, T. (2013). Shape-induced gravitational sorting of Saharan dust during transatlantic voyage: Evidence from CALIOP lidar depolarization measurements. *Geophysical Research Letters*, 40, 3281-3286.